

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ THI GIỮA KỲ 2019. Mã số MI 1141 Nhóm ngành I

Đề số 1.

Câu	Nội dung	Điểm
1	$A = "x^2 + 2x - 3 = 0 \text{ vô nghiệm}"; B = "3 + 5 \geq 10". A \text{ sai}$	0.5
	$A \rightarrow B \text{ là MĐ đúng}$	0.5
2	$x \in f^{-1}(F \setminus B) \Leftrightarrow f(x) \in (F \setminus B) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \in F \\ f(x) \notin B \end{cases} \quad (1).$	0.5
	$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in E \\ x \notin f^{-1}(B) \end{cases} \Leftrightarrow x \in E \setminus f^{-1}(B) \Rightarrow f^{-1}(F \setminus B) = E \setminus f^{-1}(B).$	0.5
3	$p(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a - b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases}$	0.5
	$\Rightarrow p(x) = x^2 - 2x + 1$	0.5
4	$t = z^5 \Rightarrow t^2 + t + 1 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}.$	0.5
	$t = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow z_k = \cos \frac{2\pi + 6k\pi}{15} + i \sin \frac{2\pi + 6k\pi}{15}; k = \overline{0, 4}.$	0.5
	$t = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \Rightarrow z_m = \cos \frac{4\pi + 6m\pi}{15} + i \sin \frac{4\pi + 6m\pi}{15}; m = \overline{0, 4}.$	0.5
5	$z_1, z_2 \in G \Rightarrow  z_1  =  z_2  = 1 \Rightarrow  z_1 z_2  = 1 \Rightarrow z_1 z_2 \in G$	0.5
	$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3); e = 1 \in G; z^{-1} = \frac{1}{z} \in G \Rightarrow G \text{ là nhóm}$	0.5
6	$X_1 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & m \end{pmatrix} = X_2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & m \end{pmatrix} \Leftrightarrow (X_1 - X_2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & m \end{pmatrix} = 0$	0.5
	Ánh xạ là đơn ánh khi hệ thuần nhất chỉ có nghiệm tầm thường $\Rightarrow m \neq -2$	0.5
7	$\exists X \Leftrightarrow r(A) = r(\tilde{A})$	0.5
	$r(A) = 3$	0.5
	$\Leftrightarrow m = -4$	0.5
8	$\det(A - \lambda E) = (2 - \lambda)(\lambda^2 - \lambda - 2)$	0.5
	$\det(A - \lambda E) = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = -1; \lambda_2 = 2.$	0.5
9	$A^{2019} = 0 \Rightarrow \det A = 0; A^{2019} - E = -E \Rightarrow (A - E)(A^{2018} + A^{2017} + \dots + A + E) = -E$	0.5
	$\Rightarrow \det(A - E) \neq 0; A + B = AB \Rightarrow A = (A - E)B \Rightarrow \det(A - E) \det B = 0 \Rightarrow \det B = 0.$	0.5

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ THI GIỮA KỲ 2019. Mã số MI 1141 Nhóm ngành I

Đề số 2.

Câu	Nội dung	Điểm
1	$A = "x^2 + 4x + 3 = 0 \text{ có nghiệm duy nhất}"; B = "14 - 5 \geq 10". A \text{ sai}$	0.5
	$\Rightarrow A \rightarrow B \text{ là MĐ đúng}$	0.5

Giải 1

(\*)  $f$  là toàn ánh nên  $f(E) = P$ .

$$\text{Lấy } y \in P \setminus f(A) \Rightarrow \begin{cases} y \in P \\ y \notin f(A) \end{cases}$$

0,5

(2)

$$(*) \rightarrow \begin{cases} \exists x \in E \text{ để } f(x) = y. \\ \nexists x \in A \text{ để } f(x) = y \end{cases} \Rightarrow \exists x \in E \setminus A \text{ để } f(x) = y$$

0,5

$$\Rightarrow f(x) = y \in P \setminus f(A). \Rightarrow P \setminus f(A) \subset f(E \setminus A)$$

Giải 2. Sử dụng lấy 1VD chứng tỏ  $P \setminus f(A) \subset f(E \setminus A)$

Không xây n dấu "=" theo định nghĩa

3	$p(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a - b + c = -2 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases}$	0.5
	$p(x) = x^2 + x - 2$	0.5
4	$(z+i)^{10} - (z-i)^{10} = 0 \Rightarrow \left(\frac{z+i}{z-i}\right)^{10} = 1$	0.5
	$\Rightarrow \frac{z_k+i}{z_k-i} = \cos \frac{2k\pi}{10} + i \sin \frac{2k\pi}{10} \quad (k = \overline{0,9})$	0.5
	$z_k = -i \frac{1 + \cos \frac{2k\pi}{10} + i \sin \frac{2k\pi}{10}}{1 - \cos \frac{2k\pi}{10} - i \sin \frac{2k\pi}{10}} \quad (k = \overline{0,9})$	0.5
5	$z_1 = m_1 + in_1 \in G; z_2 = m_2 + in_2 \in G \Rightarrow z_1 z_2 = (m_1 m_2 - n_1 n_2) + i(m_1 n_2 + m_2 n_1) \in G.$	0.5
	$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3); e = 1 \in G; z^{-1} = \frac{m}{m^2 + n^2} + i \frac{-n}{m^2 + n^2} \in G \Rightarrow G \text{ là nhóm}$	0.5
6	$f \text{ toàn ánh} \Leftrightarrow AX = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ m & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ có nghiệm với mọi } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$	0.5
	$\det A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$	0.5
7	$\exists X \Leftrightarrow r(A) = r(\tilde{A})$	0.5
	$r(A) = 3$	0.5
	$\Leftrightarrow m = -4$	0.5
8	$\det(A - \lambda E) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 3\lambda - 10.$	0.5
	$\det(A - \lambda E) = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = 2; \lambda_2 = -1; \lambda_3 = 5.$	0.5
9	$B^{2020} = 0 \Rightarrow \det B = 0; (B - 2E)(B^{2019} + \dots + 2^{2019} E) = B^{2020} - 2^{2020} E = -2^{2020} E$	0.5
	$\Rightarrow \det(B - 2E) \neq 0; 2A + 3B = AB \Rightarrow 3B = A(B - 2E) \Rightarrow \det A(B - 2E) = 0 \Rightarrow \det A = 0.$	0.5

**ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ THI GIỮA KỲ 2019. Mã số MI 1141 Nhóm ngành I**  
**Đề số 3.**

Câu	Nội dung	Điểm
1	$P = "r(A) = r\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} = 2"$ ; $q = "phương\ trình\ x^2 - 3x + 2 = 0\ \text{vô\ nghiệm}"$	0.5
	$p$ là MĐ sai nên $p \rightarrow q$ là MĐ đúng	0.5
2	$(x, y) \in Ax(B \cup C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ y \in B \cup C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ y \in B \\ y \in C \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x, y) \in Ax B \\ (x, y) \in Ax C \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) \in (Ax B) \cup (Ax C) \Rightarrow Ax(B \cup C) = (Ax B) \cup (Ax C).$	0.5
3	$z = \frac{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\frac{-\pi}{4} \Rightarrow \bar{z} = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$	0.5
	$S = z^{2019} + (\bar{z})^{2019} = 2\operatorname{Re}(z^{2019}) = 2\cos\frac{-2019\pi}{4} = 2\cos\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}$	0.5
4	$X \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ -2 & 5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ -2 & 5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}^{-1}$	0.5+0.5
	$X = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ -2 & 5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 & 16 \\ 0 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$	0.5
5	$f^{-1}(\{i\sqrt{3}\}) = \{z : f(z) = i\sqrt{3}\} = \{z : 2z^4 + 1 = i\sqrt{3}\} = \left\{z : z^4 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right\}.$	0.5
	$= \left\{z : z = \sqrt[4]{\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}}\right\} = \left\{z_k = \cos\frac{\pi + 3k\pi}{6} + i\sin\frac{\pi + 3k\pi}{6}; k = \overline{0, 3}\right\}.$	0.5
6	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & m \\ 1 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & m \\ 0 & -1 & 4 & 5-m \\ 0 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & m \\ 0 & -1 & 4 & 5-m \\ 0 & 0 & 0 & m-2 \end{pmatrix} = B$	0.5+0.5
	$r(A) = 3 \Leftrightarrow r(B) = 3 \Leftrightarrow m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$	0.5
7	$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = (x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 6$	0.5
	$x \in [-1; 1] \Rightarrow (x - 1)^2 \in [0; 4]; y \in [0; 2] \Rightarrow (y + 2)^2 \in [4; 16] \Rightarrow f(A) = [-2; 14]$	0.5
8	Có vô số $X \Leftrightarrow \begin{cases} \det A = 0 \\ r(A) = r(\tilde{A}) \end{cases}$	0.5
	$\det A = 3m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ Khi đó $r(A) = r(\tilde{A}) = 2$	0.5
9	$b_{ij} + b_{ji} = 0; i, j = \overline{1, 7} \Rightarrow B + B' = 0 \Rightarrow B = -B'$	0.5
	$\Rightarrow \det B = \det(-B') = (-1)^7 \det B = -\det B \Rightarrow \det B = 0 \Rightarrow$ hệ có vô số nghiệm	0.5

**ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ THI GIỮA KỲ 2019. Mã số MI 1141 Nhóm ngành I**  
**Đề số 4.**

Câu	Nội dung	Điểm
1	$P = "r(A) = r\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} = 1"$ ; $q = "phương\ trình\ x^2 - 6x + 5 \leq 0\ \text{vô\ nghiệm}"$	0.5
	$p$ là MĐ sai nên $p \rightarrow q$ là MĐ đúng	0.5
2	$(x; y) \in Ax(B \cap C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ y \in B \cap C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ y \in B \\ y \in C \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) \in Ax B \\ (x; y) \in Ax C \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) \in (Ax B) \cap (Ax C) \Rightarrow Ax(B \cap C) = (Ax B) \cap (Ax C).$	0.5
3	$z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \bar{z} = \cos \frac{-2\pi}{3} + i \sin \frac{-2\pi}{3}$	0.5
	$S = z^{2019} + (\bar{z})^{2019} = 2 \operatorname{Re}(z^{2019}) = 2 \cos \frac{4038\pi}{3} = 2$	0.5
4	$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & -12 & 7 \\ 6 & 7 & -8 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 & -12 & 7 \\ 6 & 7 & -8 \end{pmatrix}$	0.5+0,5
	$X = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -12 & 7 \\ 6 & 7 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43 & 39 & -11 \\ 16 & -17 & 6 \end{pmatrix}$	0.5
5	$f^{-1}(\{-i\sqrt{2}\}) = \{z: f(z) = -i\sqrt{2}\} = \{z: 2z^5 - \sqrt{2} = -i\sqrt{2}\} = \left\{z: z^5 = \frac{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2}\right\}$	0.5
	$= \left\{z: z = \sqrt[5]{\cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4}}\right\} = \left\{z_k = \cos \frac{-\pi + 8k\pi}{20} + i \sin \frac{-\pi + 8k\pi}{20}; k = \overline{0, 4}\right\}$	0.5
6	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & m \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & m \\ 0 & -1 & 5 & m-1 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & m \\ 0 & -1 & 5 & m-1 \\ 0 & 0 & 0 & 4-m \end{pmatrix} = B$	0.5+0,5
	$r(A) = 3 \Leftrightarrow r(B) = 3 \Leftrightarrow 4 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$	0,5
7	$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 8$	0.5
	$x \in [0; 2] \Rightarrow (x - 1)^2 \in [0; 1]; y \in [-1; 1] \Rightarrow (y - 2)^2 \in [1; 9] \Rightarrow f(A) = [-7; 2]$	0.5
8	Có vô số $X \Leftrightarrow \begin{cases} \det A = 0 \\ r(A) = r(\tilde{A}) \end{cases}$	0.5
	$\det A = -3m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ Khi đó $r(A) = r(\tilde{A}) = 2$	0.5
9	$a_{ij} + a_{ji} = 0; i, j = \overline{1, 9} \Rightarrow A + A' = 0 \Rightarrow A = -A'$	0.5
	$\Rightarrow \det A = \det(-A') = (-1)^9 \det A = -\det A \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow$ hệ có vô số nghiệm	0.5

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ GK20191- MI1142

ĐỀ 5

Câu	Nội dung	Điểm
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{f^{2019}(x)}{2019g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^{2019}(x) = 0 \\ 2019g(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}</math>.</li> <li>• <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \setminus B</math>. Do đó tập nghiệm là <math>S = A \setminus B</math>.</li> </ul>	0,5đ
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A = [1,2), f(A) = \{f(x) \in \mathbb{R}: x \in A\} = \{f(x): 1 \leq x &lt; 2\}</math>.</li> <li>• <math>f(A) = [-\frac{9}{4}, -2]</math>.</li> </ul>	0,5đ
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta = -8 + 6i = (1 + 3i)^2</math>.</li> <li>• <math>z = 1 - 2i, z = 2 + i</math>.</li> </ul>	0,5đ
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P(A) = A^2 + 4A + 4E = (A + 2E)^2</math>.</li> <li>• <math>P(A) = \begin{bmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>pt \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 &amp; 2 \\ -2 &amp; 4 \end{bmatrix}</math>.</li> <li>• <math>X = \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 &amp; 2 \\ -2 &amp; 4 \end{bmatrix}</math>.</li> <li>• <math>X = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 &amp; 2 \\ -2 &amp; 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 &amp; 4 \\ 4 &amp; -2 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A</math> không suy biến <math>\Leftrightarrow \det A \neq 0</math>.</li> <li>• <math>\det A = -m^2, \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0</math>.</li> </ul>	0,5đ
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 &amp; -2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 3 \\ 3 &amp; 1 &amp; -1 &amp; 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 &amp; -2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -2 &amp; 5 &amp; 1 \\ 0 &amp; -2 &amp; 5 &amp; 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 &amp; -2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -2 &amp; 5 &amp; 1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math>.</li> <li>• <math>r(A) = r(\bar{A}) = 2</math>, Hệ có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số:</li> <li>• <math>(x, y, z) = (1; 2; 1) + t \cdot (-1; 5; 2), t \in \mathbb{R}</math>.</li> </ul>	0,5đ
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f</math> là một toàn ánh nên <math>f(x) = 0</math> có nghiệm trong <math>[m, 2]</math>. Do đó, <math>m \leq 0</math>.</li> <li>• Nếu <math>m = 0</math> thì <math>f</math> là song ánh. Nếu <math>m = -1</math> thì <math>f(1) = f(-1)</math> nên <math>f</math> không là đơn ánh. Do đó <math>m = -1</math>.</li> </ul>	0,5đ
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Biến đổi thành <math>\frac{1}{20190}(A + 2019E)(B + 10E) = E</math>.</li> <li>• Do đó, <math>\frac{1}{20190}(A + 2019E)</math> là ma trận nghịch đảo của <math>(B + 10E)</math>.</li> <li>Suy ra <math>(B + 10E) \frac{1}{20190}(A + 2019E) = E</math>, bởi vậy <math>BA + 10A + 2019B = 0</math>. Kết hợp với giả thiết ta được <math>AB = BA</math>.</li> </ul>	0,5đ

\*Chú ý : - Nếu SV làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.  
- Điểm toàn bài làm tròn đến 0,5.

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ GK20191- MI1142

ĐỀ 6

Câu	Nội dung	Điểm
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{g^{2019}(x)}{2019f(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g^{2019}(x) = 0 \\ 2019f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 0 \\ f(x) \neq 0 \end{cases}</math></li> <li>• <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \notin A \end{cases} \Leftrightarrow x \in B \setminus A</math>. Do đó tập nghiệm là <math>S = B \setminus A</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A = (-\infty, -2] \cap (-1, +\infty)</math>, <math>f(A) = \{f(x): x \in A\}</math>.</li> <li>• <math>f(A) = [-2; +\infty)</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta = -8 + 6i = (1 - 3i)^2</math>.</li> <li>• <math>z = 1 + 2i, z = 2 - i</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P(A) = A^2 - 4A + 4E</math></li> <li>• <math>P(A) = (A - 2E)^2 = \begin{bmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 2 \\ 2 &amp; -2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -2 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>pt \Leftrightarrow X \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 &amp; -2 \\ 2 &amp; -2 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ
(1.5)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>X = \begin{bmatrix} 6 &amp; -2 \\ 2 &amp; -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix}^{-1}</math>.</li> </ul>	0,5đ
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>X = \begin{bmatrix} 6 &amp; -2 \\ 2 &amp; -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 &amp; 6 \\ -4 &amp; 2 \end{bmatrix}</math></li> </ul>	0,5đ
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>B</math> suy biến <math>\Leftrightarrow \det B = 0</math>.</li> <li>• <math>\det B = m^3, \det B = 0 \Leftrightarrow m = 0</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\bar{A} = \begin{bmatrix} -2 &amp; 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ -1 &amp; 3 &amp; 1 &amp; 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ -2 &amp; 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 3 &amp; 1 &amp; 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ 0 &amp; 5 &amp; 1 &amp; 12 \\ 0 &amp; 5 &amp; 1 &amp; 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 0 &amp; 5 \\ 0 &amp; 5 &amp; 1 &amp; 12 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math>.</li> <li>• <math>r(A) = r(\bar{A}) = 2</math>, Hệ có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số:</li> <li>• <math>(x, y, z) = (1; 2; 2) + t \cdot (-2; 1; -5), t \in R</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ 0,5đ
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f</math> là một toàn ánh nên pt <math>f(x) = 0</math> có nghiệm trong <math>[-2, m]</math>. Do đó, <math>m \geq 0</math>.</li> <li>• Nếu <math>m = 0</math> thì <math>f</math> là song ánh. Nếu <math>m = 1</math> thì <math>f(1) = f(-1)</math> nên <math>f</math> không là đơn ánh. Do đó <math>m = 1</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Biến đổi thành <math>\frac{1}{20190}(A + 2019E)(B + 10E) = E</math>.</li> <li>• Do đó, <math>\frac{1}{20190}(A + 2019E)</math> là ma trận nghịch đảo của <math>(B + 10E)</math>.</li> <li>Suy ra <math>(B + 10E)\frac{1}{20190}(A + 2019E) = E</math>, bởi vậy <math>BA + 10A + 2019B = 0</math>. Kết hợp với giả thiết ta được <math>AB = BA</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ

\*Chú ý : - Nếu SV làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.  
- Điểm toàn bài làm tròn đến 0,5.

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ GK20191- MI1143

ĐỀ 7

Câu	Nội dung	Điểm
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mệnh đề đúng.</li> <li>Vì đây là một mệnh đề kéo theo với mệnh đề giả thiết sai.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
2	<p><b>Cách 1:</b> Phương pháp phân tử.</p> <p><b>Cách 2:</b> Giả sử <math>A, B, C \subset X</math>.</p> $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \cap \bar{C} = (A \cap \bar{C}) \cap (B \cap \bar{C}) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C).$	1đ
3	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>f(A) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \in A\} = \{(x + 2y, 3x - y) : x^2 + y^2 = 1\}</math>.</li> <li><math>f(A) = \left\{ (a, b) \in \mathbb{R}^2 : \left(\frac{a+2b}{7}\right)^2 + \left(\frac{3a-b}{7}\right)^2 = 1 \right\}</math>  <math>= \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : 10a^2 - 2ab + 5b^2 = 49\}</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
4	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>(z - 2i)^3 = -\frac{16i}{1+i\sqrt{3}}</math></li> <li><math>(z - 2i)^3 = 8\left(\cos\frac{-5\pi}{6} + i\sin\frac{-5\pi}{6}\right)</math></li> </ul> <p>(1,5đ)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>z = 2\cos\left(\frac{-5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\right) + 2\left(\sin\left(\frac{-5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\right) + 1\right)i</math>, với <math>k = 0, 1, 2</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ 0,5đ
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>pt <math>\Leftrightarrow (A - 2E)X = B^T \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul> <p>(1,5đ)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>X = \begin{bmatrix} -1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix}</math></li> <li><math>X = \begin{bmatrix} -3 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 &amp; -9 &amp; -5 \\ 1 &amp; 6 &amp; 4 \end{bmatrix}</math></li> </ul>	0,5đ 0,5đ 0,5đ
6	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 2 &amp; b \\ -2 &amp; a &amp; -4 &amp; -1-b \\ -3 &amp; a+1 &amp; -6 &amp; -b \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 2 &amp; b \\ 0 &amp; a-2 &amp; 0 &amp; -1+b \\ 0 &amp; a-2 &amp; 0 &amp; 2b \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 2 &amp; b \\ 0 &amp; a-2 &amp; 0 &amp; b-1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; b+1 \end{bmatrix}</math>.</li> <li>- Nếu <math>a \neq 2, b \neq -1</math> thì <math>r(A) = 3</math>.</li> <li>- Nếu <math>b = -1</math> hoặc <math>a = 2</math> thì <math>r(A) = 2</math>.</li> </ul> <p>* <b>Chú ý:</b> Thiếu 1 trường hợp trừ 0,25.</p>	0,5đ 0,5đ
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi <math>\det A \neq 0</math> với <math>A = \begin{bmatrix} m &amp; 4 &amp; -1 \\ 1 &amp; -1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; m \end{bmatrix}</math>.</li> <li><math>\det A = -m^2 - 4m - 3, \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1, -3</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
8	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\left \frac{z_1}{z_2} + \frac{\bar{z}_2}{z_1}\right  = \left \frac{ z_1 ^2}{z_1 z_2} + \frac{ z_2 ^2}{z_1 z_2}\right  = \left \frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{z_1 z_2}\right  = \frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{ z_1  z_2 }</math>.</li> <li>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có <math>\frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{ z_1  z_2 } \geq 2</math>, từ đó có đpcm.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
9	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>B = A + A^T</math> là ma trận đối xứng nên <math>(A + A^T)^2 = BB^T</math>.</li> <li>Giả sử <math>B = [b_{ij}]</math> thì <math>\text{trace}(BB^T) = \sum_{i,j=1}^{2019} b_{ij}^2</math>. Do đó, <math>\text{trace}(BB^T) = 0</math> dẫn đến <math>B = 0</math>, và vì vậy <math>A^T = -A</math> hay <math>A</math> là ma trận phản xứng.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ

\***Chú ý:** - Nếu SV làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.  
 - Điểm toàn bài làm tròn đến 0,5.

ĐÁP ÁN MÔN ĐẠI SỐ GK20191- MI1143

ĐỀ 8

Câu	Nội dung	Điểm
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mệnh đề đúng.</li> <li>Vì đây là một mệnh đề kéo theo với mệnh đề giả thiết sai.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
2	<p><b>Cách 1:</b> Phương pháp phân tử.</p> <p><b>Cách 2:</b> Giả sử <math>A, B, C \subset X</math>.</p> $(A \cup B) \setminus C = (A \cup B) \cap \bar{C} = (A \cap \bar{C}) \cup (B \cap \bar{C}) = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$	1đ
3	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>f(A) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \in A\} = \{(2x + y, x - 3y) : x^2 + y^2 = 4\}</math>.</li> <li><math>f(A) = \left\{ (a, b) \in \mathbb{R}^2 : \left(\frac{3a+b}{7}\right)^2 + \left(\frac{a-2b}{7}\right)^2 = 4 \right\}</math>  <math>= \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : 10a^2 + 2ab + 5b^2 = 196\}</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
4	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>(z - 2i)^3 = \frac{16i}{1-i\sqrt{3}}</math>.</li> <li><math>(z - 2i)^3 = 8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i \sin\frac{5\pi}{6}\right)</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
(1,5đ)	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>z = 2 \cos\left(\frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\right) + 2\left(\sin\left(\frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\right) - 1\right)i</math>, với <math>k = 0, 1, 2</math>.</li> </ul>	0,5đ
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>pt <math>\Leftrightarrow X(A^T - 2E) = -B \Leftrightarrow X \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ -3 &amp; 0 \\ 1 &amp; -4 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ
(1,5đ)	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>X = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ -3 &amp; 0 \\ 1 &amp; -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 3 \end{bmatrix}^{-1}</math>.</li> <li><math>X = \begin{bmatrix} -1 &amp; 2 \\ -3 &amp; 0 \\ 1 &amp; -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 &amp; 2 \\ -1 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ 9 &amp; -6 \\ 1 &amp; -2 \end{bmatrix}</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
6	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; a-2 &amp; -2 &amp; -1 \\ -2 &amp; a-1 &amp; -4 &amp; -2-b \\ -3 &amp; a &amp; -6 &amp; -b-1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 &amp; a-2 &amp; -2 &amp; -1 \\ 0 &amp; -a+3 &amp; 0 &amp; -b \\ 0 &amp; -2a+6 &amp; 0 &amp; -b+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 &amp; a-2 &amp; -2 &amp; -1 \\ 0 &amp; -a+3 &amp; 0 &amp; -b \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; b+2 \end{bmatrix}</math></li> <li>- Nếu <math>a \neq 3, b \neq -2</math> thì <math>r(A) = 3</math>.</li> <li>- Nếu <math>b = -2</math> hoặc <math>a = 3</math> thì <math>r(A) = 2</math>.</li> <li>* <b>Chú ý:</b> Thiếu 1 trường hợp trừ 0,25.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi <math>\det A \neq 0</math> với <math>A = \begin{bmatrix} m &amp; 3 &amp; 4 \\ 3 &amp; m &amp; 0 \\ 2 &amp; m+1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math>.</li> <li><math>\det A = m^2 + 4m + 3, \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1, 3</math>.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
8	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\left \frac{\bar{z}_1}{z_2} + \frac{\bar{z}_2}{z_1}\right  = \left \frac{ z_1 ^2}{z_1 z_2} + \frac{ z_2 ^2}{z_1 z_2}\right  = \left \frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{z_1 z_2}\right  = \frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{ z_1  z_2 }</math>.</li> <li>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có <math>\frac{ z_1 ^2 +  z_2 ^2}{ z_1  z_2 } \geq 2</math>, từ đó có đpcm.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ
9	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>B = A + A^T</math> là ma trận đối xứng nên <math>(A + A^T)^2 = BB^T</math>.</li> <li>Giả sử <math>B = [b_{ij}]</math> thì <math>\text{trace}(BB^T) = \sum_{i,j=1}^{2019} b_{ij}^2</math>. Do đó, <math>\text{trace}(BB^T) = 0</math> dẫn đến <math>B = 0</math>, và vì vậy <math>A^T = -A</math> hay <math>A</math> là ma trận phản xứng.</li> </ul>	0,5đ 0,5đ

\***Chú ý:** - Nếu SV làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.  
 - Điểm toàn bài làm tròn đến 0,5.